



FLEXÁGONOS

INTRODUCCIÓN

“Habería uns 50 magos, aproximadamente, facendo trucos. Un deles intrigoume especialmente cun hexaflexágono, unha tira de papel dobrada en forma hexagonal que se dá a volta ao apertar desde os lados.” **Martin Gardner.**

Vouvos contar unha historia, xa que é así como comezan sempre os grandes descubrimentos. En outono de 1939, un mozo matemático inglés, Arthur Stone, decidiu ir a unha universidade de Estados Unidos sacar o doutorado. A súa primeira sorpresa foi que as follas de papel que se empregaban alí eran de diferente tamaño que as que se empregaban en Inglaterra e non lle collían na carpeta.

Como bo matemático decidiu que debía recortar os folios e dedicouse a xogar con aqueles cachiños de papel que lle sobraran. Deuse conta de que ao ir dobrando as tiras de papel en ángulos de 60° aproximadamente íanse formando hexágonos regulares compostos por triángulos equiláteros.

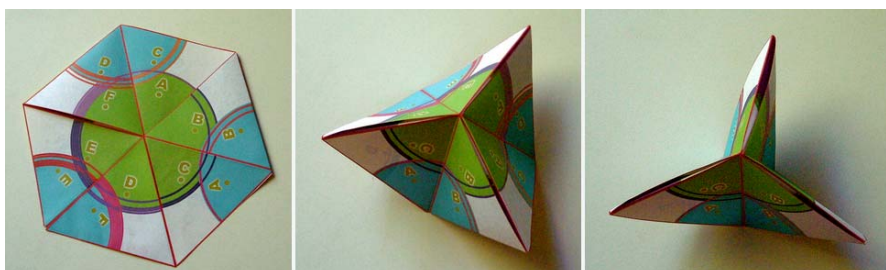
Aclaración: un triángulo equilátero é aquel que é EQUI - LATERO é dicir, que ten os lados iguais.

Foi así como se deu conta de que a figura que acababa de construír era moi inquietante xa que algúns dos hexágonos podían flexionarse ofrecendo varias combinacións distintas de anversos e reversos (caras cara arriba ou cara abaixo). Tras o seu gran descubrimento decidiu, comunicar o seu achado no departamento de matemáticas e así estas figuras recibiron o nome de FLEXÁGONOS. En moi pouco tempo organizouse un grupo de matemáticos que centraban os seus intereses nas matemáticas como xogo e ata crearon unha asociación.

A historia podía ter terminado rápido xa que durante a Segunda Guerra Mundial algúns membros da asociación víronse obrigados a tomar rumbos diferentes pero, por sorte para todos nós, en 1947 volveu a empezar cando Martin Gardner, filósofo e mago, tras trasladarse a Chicago, descubriu nunha das revistas nas que el adoitaba publicar artigos estas estrañas figuras das que falabamos anteriormente. Ao igual que nós, Martin Gardner só quería saber máis e máis sobre elas e tras acudir á universidade na que foran descubertas, comezou a indagar e investigar e terminou publicando numerosos artigos en revistas importantes.

Agora xa sabemos que un flexágono é un polígono que ten varias caras con debuxos diferentes no seu anverso e reverso (diante e detrás)

Actividade. Indica se as seguintes fotos corresponden a flexágonos ou non (mostrámosche algunhas das súas caras, non todas). Razona a túa resposta.





(Imaxes cortesía de chrstphre@campbel?)

¿REPASAMOS XEOMETRÍA?

Antes de afondarnos no universo dos flexágonos, é interesante que refresquemos un pouco os nosos coñecementos... e polo camiño quizás descubramos algúns aspectos fascinantes da xeometría que descoñeces.

Un pouco de historia

É difícil coñecer con total precisión a historia das antigas civilizacións, pero os datos dos que dispoñemos indican que a xeometría nace nas culturas exipcia e babilónica.

Como moitas outras áreas de coñecemento, nace da necesidade. Os primeiros xeómetros trataban de determinar a área dunha finca ou conseguir ángulos rectos nas esquinas dos edificios. E para iso foron desenvolvendo un coñecemento que máis tarde na Grecia Clásica foi sistematizado e refinado. É neste momento no que ocorre a idealización dos entes xeométricos debido a:

- A liberalización da materia: O triángulo, polígono e círculo son entes inmateriais.
- A racionalización dos entes xeométricos: o punto sen dimensión, a liña sen anchura e a superficie sen espesura.

Se quixésemos citar un matemático grego seguramente nos virá á cabeza Pitágoras e é posible que tamén Euclides. Non obstante, para ser xustos de todo deberíamos citar a Tales de Mileto (si si, o do teorema que xa vos soará) xa que realizou un estudo sobre xeometría uns 300 anos antes que Euclides. Como anécdota debes saber que conseguiu un método para medir a gran pirámide de Keops.



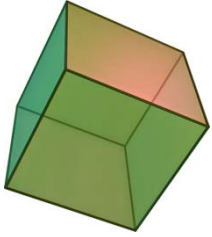
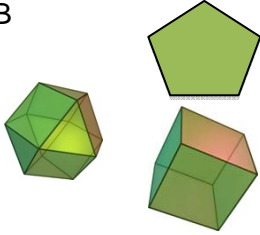
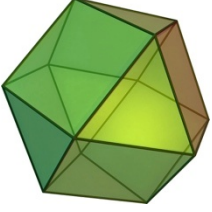
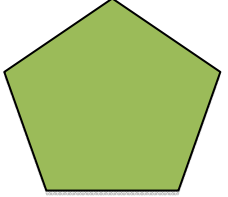
Actividade. Medindo pirámides.

Coñecendo o teorema de Tales (se che esqueceu, sigue o enlace (1) para refrescar os teus coñecementos) propón o teu propio método para medir un edificio alto. Elixo o que queiras. Como propostas: a gran pirámide, o EmpireState, a catedral de Santiago...

Como xa sabedes, a xeometría é só unha parte das matemáticas. Pero é moito máis ampla do que pensamos xa que habitualmente só estudamos unha parte: a xeometría Euclidiana. Esta dedícase a estudar propiedades das figuras no plano ou o espazo incluíndo: puntos, rectas, planos... e todo tipo de construcións que se poidan realizar con eles.

Actividade. ¡ímonos aclarar!

a.- Relaciona as palabras coa súa definición e o seu debuxo

A Politopo	A Porción de plano limitada por liñas rectas	A 
B Polígono	B Sólido limitado por superficies planas	B 
C Poliedro	C Indica pluralidade, abundancia.	C 
A Poli	D Un polígono bidimensional ou un poliedro tridimensional.	D 

(1) http://www.vitutor.com/geo/eso/ss_1.html



Actividade. Un pouco de historia.

Como ves, gran parte da xeometría que estudamos débemoslla a este matemático da Antiga Grecia. Nesta actividade vaste converter no seu biógrafo. Para iso, imos envellecer papel e redactar unha breve biografía sobre a súa vida e obra.

Envellecer papel: Para que o teu documento pareza antigo, tes que preparalo da seguinte maneira:

- Colle uns pousos de café ou un pouco de café líquido e molla as follas sobre as que queiras escribir con el. Despois, deixa secar o papel. Se tes présa, un secador pode ser unha boa axuda.
- Con supervisión dun adulto, queima cun chisqueiro as esquinas do papel e afuma un pouco a súa superficie (fáise achegando a chama pero sen chegar a estar o suficientemente cerca para queimalo).
- Fura nun lado as follas por dous puntos e úneas utilizando unha cinta de color.

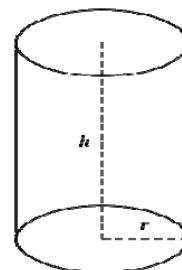
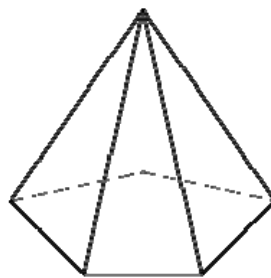
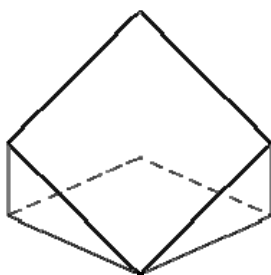
Xa tes un documento con aspecto antigo.

Redacción: Redacta como se foses o seu biógrafo - ou se te atreves en primeira persoa, a modo de diario persoal -, un breve documento (tres páxinas máximo) explicando a vida e obra de Euclides. Se queres unha obra perfecta usa pluma ou lapis en lugar de bolígrafo para dar máis autenticidade ao seu aspecto.

Actividade

Para repasar un pouco os teus coñecementos de xeometría, imos facer un par de actividades.

- a. Marca, nas seguintes figuras, as súas caras, arestas e vértices.



CURIOSIDADES XEOMÉTRICAS

Ao longo da historia, a xeometría tivo unha grande importancia para a humanidade, influíndo, ata puntos difíciles de crer, no pensamento humano.

A continuación recolleamos algúns exemplos para que poidas reflexionar sobre o tema.

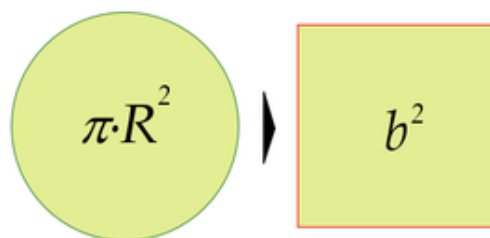
Aínda hoxe en día se buscas en internet a simboloxía do círculo aparecen miles de referencias con explicacións de todo tipo.



A maxia do círculo: A forma do círculo considerábase a máis bela e querían que todas as formas xeométricas se convertesen nela. De feito, o home tardou séculos en aceptar que as órbitas dos planetas eran elípticas e non circulares por unha cuestión de crezas.

O círculo asociábase á perfección, e moitas civilizacións intentaron demostrar que a esfera e o círculo constituían un elemento clave na estrutura do cosmos.

Cuadratura do círculo. Un dos grandes desafíos das matemáticas na antigüidade foi intentar a cuadratura do círculo. Non, non se trata de deformar a figura. Consiste en intentar obter un cadrado que teña exactamente a mesma área que un círculo dado utilizando regra e compás.



Durante séculos intentouse resolver. Hoxe sabemos que é imposible. Que non podemos establecer esa relación cos métodos formulados. De feito, úsase a expresión “**intentar a cuadratura do círculo**” para expresar situacións que teñen unha solución imposible.

Actividade

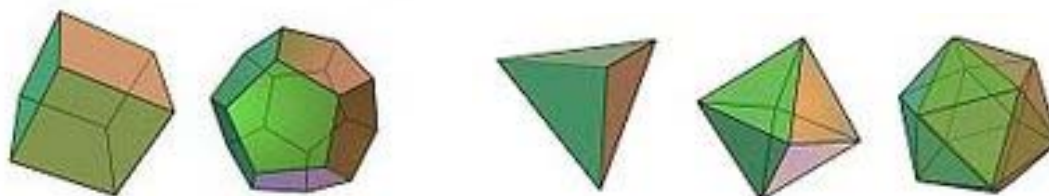
¿Ocórrenseche máis expresións relacionadas coa xeometría que utilizemos na vida cotiá? Realizade en clase unha chuvia de ideas e apuntade todas as frases e os seus significados, tanto matemático como cotiá.

Exemplos:

- Es moi cuadrado.
- É unha persoa moi plana.
- A situación ten moitas arestas.
- Economía asimétrica.

Sólidos platónicos. Aínda que tamén podes chamalos corpos platónicos, corpos cósmicos, sólidos pitagóricos, sólidos perfectos ou poliedros de Platón. O nome de platónicos é unha homenaxe ao filósofo grego, ao que se lle atribúe o seu estudo. E trátase de cinco poliedros especiais, os que chamamos poliedros regulares convexos.

Fíxate na imaxe. ¿Que ten en común?





Todos están formados por un único polígono regular. E por iso, se lles considerou ao longo da historia un exemplo de beleza. Se te fixas, aparecen en moitas obras de arte. Hai quen afirma que os seguidores de Pitágoras –os pitagóricos- estaban tan fascinados que mantiñan en segredo como construílos e ameazaban coa morte a calquera que revelase o seu segredo.

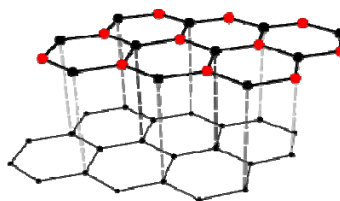
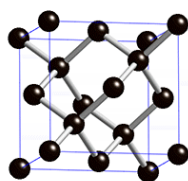
Para que vos fagades unha idea da súa obsesión, consideraban o dodecaedro relacionado coa forma mística do cosmos, como se esta figura xeométrica puidese explicar os misterios do Universo.

NATUREZA E SIMETRÍA

Desde a antigüidade, non só os pitagóricos se renderon á beleza da simetría. Fascinou a matemáticos, arquitectos, artistas... Todos quedamos cativados nalgún momento pola beleza dunha imaxe da natureza na que a simetría xoga un papel importante nalgún momento da nosa vida.

Poñémosvos algúns exemplos.

Minerais. Todos os minerais teñen unha estrutura cristalina que lles é característica e que ten unhas simetrías determinadas. Así, por exemplo, a dureza do diamante vén determinada pola posición dos átomos de carbono nas citadas estruturas. Con outra estrutura, é grafito, que o temos por exemplo na mina do lapis.



Brócolis e fractais. Chamamos fractais a un obxecto xeométrico que ten unha estrutura básica que se repite a diferentes escalas. Se te fixas, no brócoli hai unha figura xeométrica que se reproduce unha e outra vez, tanto se o observas globalmente como se miras unha pequena zona.

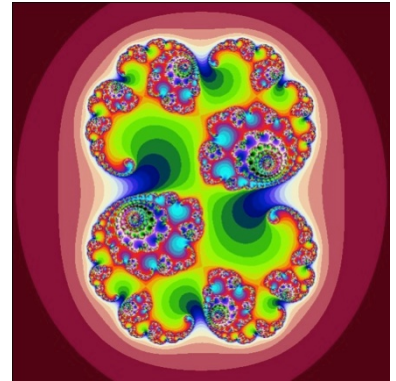
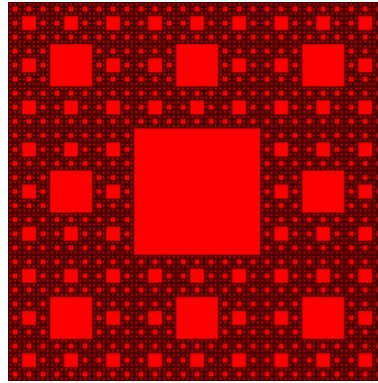
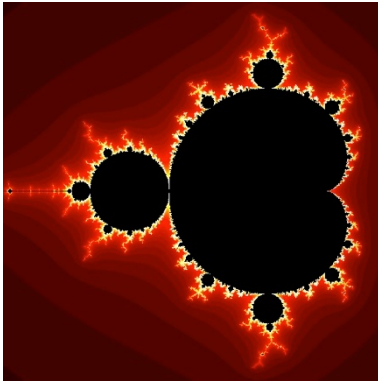




Actividade.

Busca información sobre fractais e contesta a estas preguntas:

- a.- Que dúas condicións debe cumprir unha figura para ser fractal
- b.- Busca o nome dos seguintes fractais e apúntao no recadro correspondente.



BELEZA E SIMETRÍA.

Aínda hoxe en día se descoñece o mecanismo cerebral exacto que fai que o simétrico nos pareza fermoso. Pero é así. Incluso houbo investigacións científicas recentes que intentaron establecer nos humanos unha correlación entre saúde e simetría, aínda que os resultados obtidos non confirmaron estas ideas.

Actividade.

Elixo unha das fotos seguintes pola súa beleza. A que máis che guste. Logo, documéntate sobre ela e comentade en clase que che chamou a atención e que xeometrías e implicacións matemáticas ten a figura.



Concha de Nautilus



Cerámicas da Alhambra



Balón de fútbol



Folera de neve

Actividade Repaso final. Yincana.

Imos competir. Por parellas, tendes que buscar a través de internet a resposta ás seguintes preguntas. Trátase dunha carreira de coñecementos, así que intentade ser áxiles na busca.

1. Seita fundada por Pitágoras.
2. Número de caras dunha banda de Moebius.....
3. Sistema cristalino con catro eixes ternarios.....
4. Figura xeométrica que se repite nos panais das abellas.....
5. Sólido platónico formado por pentágonos.

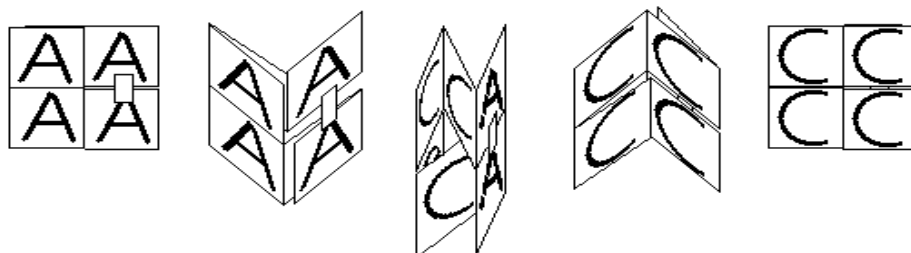
OS FLEXÁGONOS

Neste desafío pedímosche que constrúas un flexágono. Así que primeiro de todo, temos que coñecer os que existen.

Tetraflexágonos

Os tetraflexágonos son flexágonos de catro lados, con catro ou seis cadrados ou rectángulos, en cada cara. Dóbranse cerrándoos e abríndoos pola cara oposta como se fosen un libro.

Aquí tes un exemplo:





Hexaflexágonos

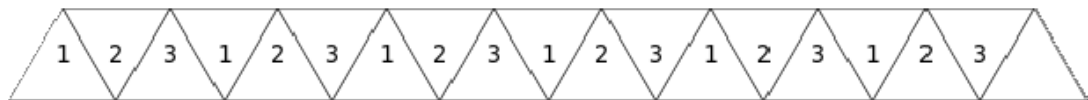
Podemos dividilos en dous grupos en función do número de caras que podemos obter ao dobrar a figura.

Trihexaflexágono. Como indica o prefixo **tri-**, é o que ten tres caras.

É o que che pode resultar máis fácil de construír, porque pode saír de dividir unha tira de papel en 10 triángulos equiláteros iguais.

Hexahexaflexágono

Ten seis caras, e podemos obtelo dunha tira de papel dividida en 19 triángulos.



Hexágonos de orde superior.

Existen outros flexágonos moito máis complexos que xa non imos entrar a estudar neste material didáctico. Se estás interesado, internet é unha fonte marabillosa e inmensa de información.

COMO CONSTRUIR UN FLEXÁGONO

Se buscas a través de internet, diversas páxinas che ofrecen información para o deseño e construción de diferentes modelos de flexágonos. Todo é navegar e facer probas. Algúns enlaces de onde podes extraer ideas para os teus proxectos.

Modelos para facer un flexágonos:

- <http://flexagon.net/#>
- <http://thinkzone.wlonk.com/Flexagon/Hexahexaflexagon.pdf>
- <http://www.auntannie.com/Geometric/HexaHexaFlexagon/HexaHexaFlexagonNum.pdf>

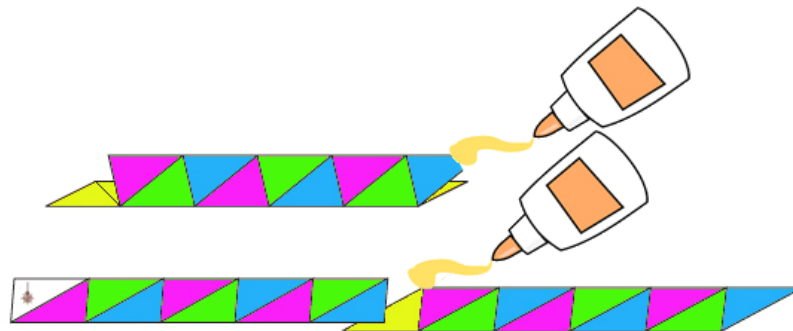
Para empezar, propoñémosche que constrúas un partindo do noso modelo.

Intruccións.





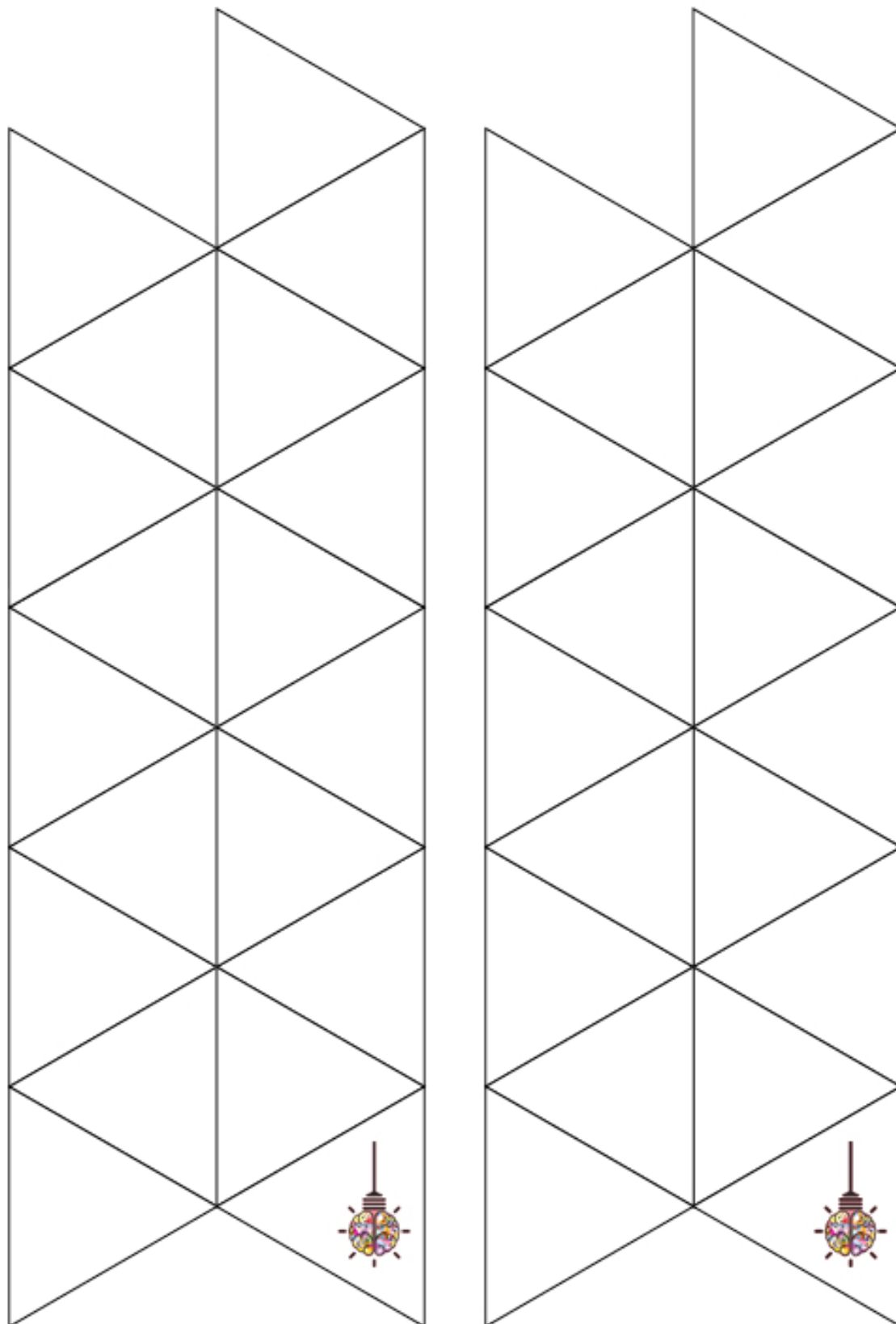
- Dobra pola metade as estruturas e pégaas entre se
- A continuación, une as dúas estruturas ata ter unha única fileira de 19 triángulos.



- Por último, quedanos encartar o flexágono. Podes seguir as instrucións do seguinte vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=4GoQejzrI30>
- Xa tes o teu primer flexágono. Investiga as súas posibilidades e selecciona un modelo para presentar o concurso.



MODELO





BIBLIOGRAFÍA

<http://hexaflexagon.sourceforge.net/> (14/3/16)

www.khanacademy.org/math/recreational-math/vi-hart/hexaflexagons/v/hexaflexagons (14/3/16)

<https://www.flickr.com/photos/chrstphre/with/2849222292/> (25/3/16)

<http://listverse.com/2013/04/21/10-beautiful-examples-of-symmetry-in-nature/> (26/3/16)

<http://www.auntannie.com/Geometric/HexaHexaFlexagon/> (5/4/16)